



## Вища математика. Частина 3. Кратні інтеграли. Теорія функції комплексної змінної. Теорія ймовірностей.

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	18 Виробництво та технології
Спеціальність	184 Гірництво
Освітня програма	Геоінженерія
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	очна(денна)
Рік підготовки, семестр	2 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	4 кредитів/120 год (лекції - 36 год., практичні – 36 год., самостійна робота – 48 год.)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен/МКР/РГР
Розклад занять	<a href="http://roz.kpi.ua">http://roz.kpi.ua</a>
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Могильова Вікторія Віталіївна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук <a href="mailto:mogylova.viktorija@gmail.com">mogylova.viktorija@gmail.com</a> ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0003-3757-4561">https://orcid.org/0000-0003-3757-4561</a>  Практичні: Карнаухова Тетяна Василівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук  Лабораторні: <i>не передбачені</i>
Розміщення курсу	<a href="https://classroom.google.com/c/NTUwMDQ2MjU1ODc0?cjc=rgzujuo">https://classroom.google.com/c/NTUwMDQ2MjU1ODc0?cjc=rgzujuo</a>

#### Програма навчальної дисципліни

##### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатності до логічного мислення, формування особистості студентів; розвиток їх інтелекту і здібностей; здатності розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми професійної діяльності, використовувати методи математичного аналізу в інженерних розрахунках.

##### **Програмні компетентності**

(ЗК1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. (ЗК9) Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями, ЗК10. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях, (СК3) Здатність до використання теорій, принципів, методів і понять фундаментальних і загальноінженерних наук для професійної діяльності.

**Програмні результати навчання:** РН3. Відшукувати необхідну інформацію в науковій та довідковій літературі, базах даних, Інтернет та інших джерелах; (РН7) Застосовувати методи математики, фізики, хімії, загальноінженерних наук для розв'язання складних спеціалізованих задач гірництва, розуміти наукові принципи і теорії, на яких базуються відповідні методи, області їх застосування та обмеження;

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Пререквізити: Викладається в третьому семестрі на базі курсів «Вища математика. Частина 1» та «Вища математика. Частина 2»

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

**Тема 1. Кратні інтеграли.**

**РГР**

**Тема 2. Теорія функції комплексної змінної.**

**Модульна контрольна робота. частина 1.**

**Тема 3. Теорія ймовірностей**

**Модульна контрольна робота. частина 2.**

**Екзамен**

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

*Базова література:*

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: - Навчальний посібник-К.: А.С.К., 1993, 2001.
2. Теорія функцій комплексної змінної [Електронний ресурс] : методичні вказівки до вивчення теми дисципліни «Вища математика» для студентів енергетичних спеціальностей усіх форм навчання / НТУУ «КПІ»; уклад.: Є. В. Массалітіна, О. О. Кільчинський. – Київ : НТУУ «КПІ», 2008. – 54 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/32268>
3. Теорія ймовірностей. Навчальний посібник [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів інженерних спеціальностей / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: О. Ю. Дюженкова, М. Є. Дудкін, І. В. Степахно. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,19 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 103 с.
4. Вища математика: Збірник задач: Навчальний посібник; За редакцією В.П. Дубовика, І.І. Юрика. - К., А.С.К. 2001

*Додаткова література:*

1. Вища математика. Кратні інтеграли та їх застосування. Розрахункова робота [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра спеціальностей 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» та 144 «Теплоенергетика» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: В. Ф. Зражевська, Г. М. Зражевський. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,18 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020.- 34 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/32820>
2. Вища математика. Криволінійні, поверхневі інтеграли та їх застосування. Розрахункова робота [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра спеціальностей 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» та 144 «Теплоенергетика» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: В. Ф. Зражевська, Г. М. Зражевський. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,13 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 43 с.  
<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/32821>
3. Вища математика. Теорія функції комплексної змінної. Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за технічними спеціальностями / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Є. В. Массалітіна., О. О. Кільчинський. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,46 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 35 с.

<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/27850>

4. Л.В.Павлова, О.І. Редькіна. Теорія аналітичних функцій. Збірник вправ.-навчальний посібник-К.,Вища школа.1980, 216с.
5. Теорія ймовірностей та математична статистика. Частина 1. Випадкові події: Лекції і практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів спеціальності 143 «Атомна енергетика», спеціалізації «Атомні електричні станції» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: І. В. Веригіна, О. В. Островська. – Електронні текстові данні (1 файл: 2,27 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 57 с.

<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/23501>

#### Навчальний контент

##### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Для опанування навчальної дисципліни застосовується пояснювально-ілюстративний або інформаційно-рецептивний, а також репродуктивний методи навчання.

Назви розділів і тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практичні (семінарські)	Самостійна робота студента
1	2	3	4	5
<b>Тема 1. Кратні інтеграли.</b>		<b>14</b>	<b>16</b>	<b>2</b>
<i>РГР</i>	10			10
<b>Тема 2. Теорія функції комплексної змінної.</b>		<b>12</b>	<b>9</b>	<b>2</b>
<i>Модульна контрольна робота ч.1</i>			1	2
<b>Тема 3. Теорія ймовірностей</b>		<b>10</b>	<b>9</b>	<b>1</b>
<i>Модульна контрольна робота ч.2</i>			1	2
<b>Екзамен</b>	30			30
<b>Всього годин</b>	<b>120</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	<b>48</b>

#### Назва теми лекції та перелік основних питань

##### **Тема 1. Кратні інтеграли.**

*Лекція 1.* Визначення подвійного та потрійного інтегралів. Теореми існування. Властивості подвійних та потрійних інтегралів. Обчислення подвійних в декартових координатах. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Обчислення подвійного інтеграла в полярних координатах. Узагальнені полярні координати.[1]

*Лекція 2.* Обчислення потрійних інтегралів в декартових координатах. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричних та сферичних координатах. [1].

*Лекція 3.* . Означення криволінійних інтегралів 1-го роду. Загальні властивості криволінійних інтегралів 1-го роду. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду. [1].

<i>Лекція 4.</i> Означення криволінійних інтегралів 2-го роду, властивості. Обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду. Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтеграла 2-го роду від шляху інтегрування. [1].
<i>Лекція 5.</i> Означення поверхневого інтегралу 1-го роду. Загальні властивості поверхневих інтегралів 1-го роду. Обчислення поверхневих інтегралів 1-го роду. [1].
<i>Лекція 6.</i> Односторонні та двосторонні поверхні. Означення поверхневого інтегралу 2-го роду, властивості. [1].
<i>Лекція 7.</i> Теорема Остроградського. Формула Стокса. [1].
<b>Тема 2. Теорія функції комплексної змінної.</b>
<i>Лекція 8.</i> Функції комплексної змінної. Границя. Неперервність. Елементарні функції комплексної змінної. [2].
<i>Лекція 9.</i> Диференціювання функцій комплексної змінної. Умови Коші-Рімана. Аналітичні функції та їх зв'язок з гармонічними. [2].
<i>Лекція 10.</i> Інтегрування за комплексною змінною. [2].
<i>Лекція 11.</i> Інтегральна теорема Коші та її узагальнення на випадок багатозв'язної області. Інтегральна формула Коші. [2].
<i>Лекція 12.</i> Ряди Тейлора та Лорана. Нулі та ізольовані особливі точки. Їх класифікація. [2].
<i>Лекція 13.</i> Лишки. Основна теорема про лишки. Обчислення лишків. Застосування лишків до обчислення інтегралів. [2].
<b>Тема 3. Теорія ймовірностей</b>
<i>Лекція 14.</i> Випадкова подія. Алгебра подій. Простір елементарних подій. Класичне означення ймовірності. Геометричні ймовірності. Умовна ймовірність. Незалежні події. Ймовірність суми та добутку подій. [3].
<i>Лекція 15.</i> Формула повної ймовірності. Формула Байєса. Послідовність незалежних випробувань. Схема Бернуллі. Граничні теореми: Муавра-Лапласа, Пуассона. [3].
<i>Лекція 16.</i> Дискретні випадкові величини. Закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини. Числові характеристики дискретних випадкових величин: математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення. [3].
<i>Лекція 17.</i> Неперервні випадкові величини. Інтегральна та диференціальна функції розподілу ймовірностей. Числові характеристики неперервних випадкових величин. [3].
<i>Лекція 18.</i> Приклади розподілу ймовірностей: нормальне, пуассонівське, біноміальне, рівномірне, показникове. [3].

<b>№ з/п</b>	<b>Практичні заняття та перелік основних питань</b>
	<i>Тема 1. Кратні інтеграли.</i>
<b>1</b>	Практичне заняття № 1. Обчислення подвійного інтегралу в декартових координатах.
<b>2</b>	Практичне заняття № 2. Заміна змінних у подвійному інтегралі.
<b>3</b>	Практичне заняття № 3-4. Обчислення потрійного інтеграла в декартових циліндричних та сферичних координатах. Застосування подвійних та потрійних інтегралів.
<b>4</b>	Практичне заняття № 5. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду та їх застосування.

5	Практичне заняття № 6. Обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду та їх застосування. Формула Гріна. Незалежність криволінійного інтеграла 2-го роду від шляху інтегрування. Інтегрування повних диференціалів.
6	Практичне заняття № 7,8. Обчислення та застосування поверхневих інтегралів. Захист РР.
	<i>Тема 2. Теорія функції комплексної змінної.</i>
7	Практичне заняття № 9. Функції комплексної змінної. Елементарні функції. Диференціювання функцій комплексної змінної. Аналітичні функції.
8	Практичне заняття № 10. Інтегрування функцій комплексної змінної. Інтегральна теорема Коші. Інтегральна формула Коші
9	Практичне заняття № 11. Інтегрування функцій комплексної змінної. Інтегральна теорема Коші. Інтегральна формула Коші
10	Практичне заняття № 12. Основна теорема теорії лишків. Застосування лишків до обчислення інтегралів.
11	Практичне заняття № 13. Повторення. МКР ч.1
	<i>Тема 3. Теорія ймовірностей</i>
12	Практичне заняття № 14. Простір елементарних подій. Класичне означення ймовірності. Геометричні ймовірності. Незалежні події. Ймовірність суми добутку подій.
13	Практичне заняття № 15. Умовна ймовірність. Формула повної ймовірності. Формула Байеса. Послідовність незалежних випробувань. Схема Бернуллі.
14	Практичне заняття № 16. Дискретні випадкові величини. Закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини. Числові характеристики дискретних випадкових величин: математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення.
15	Практичне заняття № 17. Неперервні випадкові величини. Інтегральна та диференціальна функції розподілу ймовірностей. Числові характеристики неперервних випадкових величин.
16	Практичне заняття № 18. Повторення. МКР ч.2

## 6. Самостійна робота студента

*Самостійна робота студента (СРС), на яку виділяється 48 година включає: опрацювання навчального матеріалу, підготовку до аудиторних занять, виконання домашніх завдань та оформлення РР.*

*Навчальним планом передбачені Індивідуальні завдання - виконання студентом РР, на яку виділяється 10 годин самостійної роботи.*

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

#### *Система вимог, які ставляться перед студентом.*

- На момент проведення кожного заняття, як лекційного, так і практичного, у студента на пристрої, з якого він працює, має бути встановлено додаток Zoom (у випадку дистанційного навчання), а також відкрито курс «Вища математика. Частина 1» на платформі «Сікорський» (код доступу до курсу надається на першому занятті згідно з розкладом). Силабус; лекційний

матеріал; завдання до кожного практичного заняття; варіанти модульної контрольної роботи; методичні рекомендації до виконання практичних та розрахункової роботи; варіанти екзаменаційної роботи розміщено на платформі «Сікорський» та у системі «Електронний Кампус КПІ».

- Система вимог, які викладач ставить перед студентом:
  - правила відвідування занять: відповідно до Наказу 1-273 від 14.09.2020 р. заборонено оцінювати присутність або відсутність здобувача на аудиторному занятті, в тому числі нараховувати заохочувальні або штрафні бали. Відповідно до РСО даної дисципліни бали нараховують за відповідні види навчальної активності на практичних заняттях.
- - правила поведінки на заняттях: студент має слухно виконувати вказівки викладача щодо роботи на занятті, поводитися стримано й чемно та не заважати іншим студентам і викладачу. Використання засобів зв'язку для пошуку інформації на гугл-диску викладача, в інтернеті, в дистанційному курсі на платформі Сікорський здійснюється за умови вказівки викладача;
- - політика дедлайнів та перескладань: якщо студент не проходив або не з'явився на контрольну роботу (без поважної причини), його результат оцінюється у 0 балів. Успішним вважається виконання контрольної роботи, якщо студент отримав за неї не менш, ніж 50% від максимальної кількості балів. У випадку пропуску контрольної роботи без поважної причини або неуспішної здачі контрольної роботи перескладання контрольної роботи здійснюється за узгодженням з викладачем, при цьому максимальна оцінка, яку студент може отримати за контрольну роботу, зменшується на 2 бали по відношенню до вчасної здачі контрольної роботи;
- - політика щодо академічної доброчесності: Кодекс честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» <https://kpi.ua/files/honorcode.pdf> встановлює загальні моральні принципи, правила етичної поведінки осіб та передбачає політику академічної доброчесності для осіб, що працюють і навчаються в університеті, якими вони мають керуватись у своїй діяльності, в тому числі при вивченні та складанні контрольних заходів з дисципліни «Теоретична фізика. Електродинаміка»;
- - при використанні цифрових засобів зв'язку з викладачем (мобільний зв'язок, електронна пошта, переписка на форумах та у соцмережах тощо) необхідно дотримуватись загальноприйнятих етичних норм, зокрема бути ввічливим та обмежувати спілкування робочим часом викладача.
- На момент проведення кожного заняття, як лекційного, так і практичного, у студента на пристрої, з якого він працює, має бути встановлено додаток Zoom (у випадку дистанційного навчання), а також відкрито курс «Вища математика. Частина 1» на платформі «Сікорський» (код доступу до курсу надається на першому занятті згідно з розкладом). Силабус; лекційний матеріал; завдання до кожного практичного заняття; варіанти модульної контрольної роботи; методичні рекомендації до виконання практичних та розрахункової роботи; варіанти екзаменаційної роботи розміщено на платформі «Сікорський» та у системі «Електронний Кампус КПІ».
- Система вимог, які викладач ставить перед студентом:

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

**Поточний контроль:** експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР.

**Календарний контроль:** провадиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

**Семестровий контроль:** екзамен.

**Умови допуску до семестрового контролю:** мінімально позитивна оцінка за МКР, зарахування розрахункової роботи, семестровий рейтинг не менше 36 балів.

## Рейтингова система оцінювання результатів навчання

Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується зі 100 балів, з яких 60 балів складає стартова шкала.

Стартовий рейтинг (протягом семестру) складається з балів, які студент отримує за такі види робіт:

- 1) модульну контрольну роботу, яка складається з 4 частин;
- 2) розрахункову роботу;
- 3) відповідь на екзамені.

*Система рейтингових (вагових)балів та критерії оцінювання*

Рейтинг студента з дисципліни складається з наступних балів:

1. *Розрахункова робота.*

*Ваговий бал – 20.: 20 балів×1=20 балів*

Домашня частина виконується студентом в поза аудиторний час і складається з 5-10 завдань оцінюється в 10 балів. Захист РР оцінюється в 10 балів.

Критерії оцінювання:

- а) правильно і вчасно виконане завдання оцінюється в 1-2 бал;
- б) неправильно виконане завдання оцінюється в 0 балів;
- в) до захисту РР студент допускається, якщо він здав на перевірку домашню частину РР і правильно виконав роботу не менше ніж на 60% ;
- г) якщо студент невчасно здав на перевірку РР без поважних причин, то оцінка за РР знижується на 1 бал за кожний тиждень невчасного подання РР;
- д) якісно захищена РР оцінюється в 10 балів;
- е) частково виконані завдання захисту РР оцінюються в 1-9 балів;
- є) неякісно захищена РР оцінюється в 0 балів.

Захист РР

*Ваговий бал - 20 бал.*

*відмінно - 19-20 бал.*

*добре - 15-18 бал.*

*задовільно -12-14 бал.*

*незадовільно - 0 – 11 бал.*

Рейтинг з РР вважається позитивним, якщо студент отримав не менше 12 балів. Якщо студент отримав оцінку менше 12 балів за РР, то він зобов'язаний переписати захист цієї роботи, але не більше двох разів. Робота оцінюється не більше ніж в 12 балів, при цьому попередня оцінка ліквідується.

2. *Модульна контрольна робота.*

- а) Частина 1. Тема «Теорія функції комплексної змінної».

*Ваговий бал - 20 бал.*

*відмінно - 19-20 бал.*

*добре - 15-18 бал.*

*задовільно -12-14 бал.*

*незадовільно - 0 – 11 бал.*

- б) Частина 2. Тема «Теорія ймовірностей».

*Ваговий бал - 20 бал.*

*відмінно - 19-20 бал.*

*добре - 15-18 бал.*

*задовільно -12-14 бал.*

*незадовільно - 0 – 11 бал*

Студентам, які активно працюють на лекційних та практичних заняттях, можуть нараховуватися додаткові 6 балів.

Необхідною умовою допуску до екзамену з курсу «Вища математика. Частина 1» є виконання та захист РР задовільне виконання МКР (не менше 60%).

Сума вагових балів контрольних заходів з курсу «Вища математика. Частина 3» складає:

$$R_C = 20\text{бал.} + 20\text{бал.} \times 2 = 60 \text{ бал.}$$

Студенти, які набрали протягом семестру рейтинг з дисципліни менше  $R_D = 36$  балів, зобов'язані до початку екзаменаційної сесії підвищити свій рейтинг шляхом проведення додаткових контрольних заходів, інакше вони не допускаються до екзамену і мають академічну заборгованість.

### 3. Екзамен – 40 балів.

*Екзаменаційна робота* з курсу «Вища математика. Частина 3» складається з 4 питань (1 теоретичних і 3 задачі), кожне питання максимально оцінюється в 4 бали, Всього 40 балів ( $R_E = 40$  бал.)

Рейтингова шкала з курсу «Вища математика. Частина 3» складає  $R = R_C + R_E = 100$  балів.

У разі переходу на дистанційне навчання (згідно наказу 7-86 від 08.05.2020, п.3.15) студентам, індивідуальний рейтинг яких  $36 \leq R_I \leq 54$ , екзаменаційна оцінка може бути виставлена «автоматом» (зі згодою студента) за формулою додатку 1 до наказу 7-86 шляхом перерахунку стартових балів в 100-бальну шкалу  $R = 60 + \frac{40(R_I - R_D)}{R_C - R_D}$ . Оцінка «відмінно» виставляється в режимі відеозв'язку з умови  $R_I > 54$  при демонстрації повних та міцних теоретичних знань і вміння розв'язувати нестандартні задачі. У разі незгоди студента з оцінкою «автомат», студент складає іспит в режимі відеозв'язку згідно розкладу екзаменаційної сесії. У разі технічних збоїв (відключення світла, Інтернету, тощо) керуватися додатком 1 до наказу 7-86, п.3.15.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

## 9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

### РР „ Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли.” .

Метою роботи є перевірити, як студенти засвоїли тему “ Кратні інтеграли ” і визначити рівень їх навчальних досягнень. А саме: проконтролювати вміння обчислювати подвійні та потрійні інтеграли в декартовій системі координат, змінювати порядок інтегрування. Обчислювати подвійні інтеграли в полярній, а потрійні інтеграли в циліндричній, сферичній та сферичній системах координат, застосовувати подвійні та потрійні інтеграли до задач геометрії та механіки. Проконтролювати вміння обчислювати криволінійні інтеграли I-го та II-го роду, використовувати їх при розв'язанні задач фізичного і геометричного змісту, які приводять до обчислення відповідних криволінійних інтегралів; поновлювати функції багатьох дійсних змінних по заданим повним диференціалам.

**Теоретичні питання, які виносяться на захист РР за темою: „ Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли.”**

1. Задачі, які приводять до поняття подвійного інтегралу.
2. Подвійний інтеграл: означення, існування та основні властивості.
3. Обчислення подвійного інтеграла в декартовій системі координат.
4. Обчислення подвійного інтеграла в полярній системі координат.
5. Заміна змінних в подвійному інтегралі.



6. Обчислення координат центра мас та моментів інерції плоскої фігури.
7. Геометричне використання подвійного інтегралу.
8. Задача, що приводить до поняття потрійного інтегралу.
9. Потрійний інтеграл: означення, існування та основні властивості.
10. Потрійний інтеграл в декартовій системі координат і його обчислення.
11. Заміна змінної в потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричній системі координат.
12. Заміна змінної в потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в сферичній системі координат.
13. Координати центра мас та моменти інерції просторової області.
14. Криволінійний інтеграл 1-го роду. Означення, властивості і фізичний зміст.
15. Криволінійний інтеграл 2-го роду його означення, властивості і фізичний зміст.
16. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду.
17. Обчислення криволінійного інтегралів 2-го роду.
18. Формула Гріна .
19. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування.

### **МКР. частина 1. "Елементи теорії функції комплексної змінної"**

Структура роботи:

1. Теоретичне питання.
2. Поновлення аналітичної функції за заданою дійсною або уявною частиною.
3. Розвинення функції комплексної змінної в ряд Лорана.
4. Обчислення інтегралу від функції комплексної змінної.
5. Обчислення інтегралу від функції комплексної змінної за допомогою лишків.

**Теоретичні питання, які виносяться на МКР за темою: „ Елементи теорії функції комплексної змінної”**

1. Поняття функції комплексної змінної. Геометричний зміст. Границя і неперервність функції комплексної змінної.
2. Елементарні функції комплексної змінної.
3. Похідна функції комплексної змінної. Диференціювання функції комплексної змінної.
4. Необхідні та достатні умови диференціювання (Умова Коші - Рімана).
5. Аналітичні функції та їх зв'язок з гармонічними функціями.
6. Геометричний зміст модуля та аргумента похідної аналітичної функції.
7. Інтегрування функції комплексної змінної.
8. Інтегральна теорема Коші та її узагальнення на випадок багатозв'язної області.
9. Інтегральна формула Коші. Існування похідних вищих порядків аналітичної функції.
10. Ряд Тейлора. Нулі аналітичних функцій.
11. Ряд Лорана. Область збіжності ряду Лорана. Приклади.
12. Особливі точки аналітичних функцій. Лишок аналітичної функції в ізольованій особливій точці та його обчислення. Основна теорема Коші про лишки.

### **МКР. частина 2. «Елементи теорії ймовірностей»**

Структура роботи:

1. Теоретичне питання.
2. Задача на класичне означення ймовірності.
3. Задача на застосування формули повної ймовірності або формули Байєса
4. Задача на дискретні випадкові величини.
5. Задача на неперервні випадкові величини.

**Теоретичні питання, які виносяться на МКР за темою: «Елементи теорії ймовірностей»**

1. Основні поняття теорії ймовірностей. Класичний, статистичний підхід до поняття теорії ймовірностей.
2. Простір елементарних подій. Відношення між подіями.
3. Умовні ймовірності та незалежні події. Формула повної ймовірності та формула Байєса.
4. Послідовні незалежні випробування. Схема Бернуллі.
5. Дискретні випадкові величини. Числові характеристики ( математичне сподівання, дисперсія, квадратичне відхилення).
6. Неперервні випадкові величини. Числові характеристики ( математичне сподівання, дисперсія, квадратичне відхилення).

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено** доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. Наук Могильова Вікторія Віталіївна.

**Ухвалено** кафедрою геоінженерія (протокол № 18 від 17.06.2022 р.)

**Погоджено** Методичною комісією ННІЕЕ (протокол № 12 від 24.06.22 р.)